

文章编号: 1000-7598-(2012) 09-2788-08

基于离散元颗粒抗转模型的平移 刚性挡墙被动土压力分析

蒋明镜^{1,2}, 贺 洁^{1,2}, 刘 芳^{1,2}

(1. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092)

摘 要: 将颗粒抗转动模型引入离散元程序中, 模拟了砂性填土刚性挡土墙平移过程中的被动土压力发展过程, 对比分析了考虑和不考虑抗转两种情况下墙后土压力随位移的变化规律及墙后填土微观物理量的变化规律, 揭示了颗粒抗转动能力对墙后土压力大小和分布的影响。研究表明, 不管是否考虑颗粒抗转动作用, 被动土压力沿墙深基本呈线性分布, 且合力作用点维持在距墙底 1/3 墙高处, 但考虑颗粒抗转动作用时总土压力随位移量增大的幅度更加明显, 且模拟结果更接近 Coulomb 理论解。平均纯转动率的分析结果表明, 挡墙平移时墙底处颗粒转动速度较大, 该处能量消散较快; 若考虑颗粒抗转动作用时, 该处平均纯转动率值增加。

关 键 词: 离散单元法; 被动土压力; 平移模式; 抗转动

中图分类号: TU 470

文献标识码: A

Distinct element simulation of passive earth pressure against a translating rigid wall using a rolling resistance contact model

JIANG Ming-jing^{1,2}, HE Jie^{1,2}, LIU Fang^{1,2}

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: A model considering rolling resistance in particles is introduced into the distinct element method (DEM) for analyzing the earth pressure against a rigid wall subjected to translation movements in the passive state. The evolution of earth pressure with the wall displacement is analyzed together with micro mechanical parameters by comparing the cases with and without considering the rolling resistance of particles in the granular backfill. Results show that the earth pressure increases linearly with the increase of the wall depth regardless of the effect of rolling resistance; and the total thrust acts at approximately one third of the wall height from the base of the wall in both cases. The increase of the resultant earth pressure with displacement is more prominent in the case considering rolling resistance than that neglecting the rolling resistance. The result considering rolling resistance is more close to the classic Coulomb's solution. According to the field of average pure rotation rate, the velocity of soil particles adjacent to the base of the rigid wall is larger, implying a quick energy dissipation taking place at that region, and it becomes even larger in the case considering the rolling resistance than that in the case without considering the rolling resistance.

Key words: distinct element method; passive earth pressure; translation movement mode; rolling resistance

1 引 言

挡土墙土压力问题的研究已有 200 多年的历史, 不同学者采用解析方法、物理模型和数值模拟对该问题进行了较为深入的研究。土压力问题涉及剪切带研究, 基于连续介质力学的常规有限元分析

方法在分析这一类应变局部化问题时产生难以克服的瓶颈, 如单元尺度依赖性。相反地, 离散单元法 (distinct element method) 基于离散介质力学理论, 在解决大变形和破坏问题时具有明显优势。因此, 有学者尝试用这一方法来分析土压力问题。比如, Chang 等^[1]首先使用离散单元法研究了挡土墙土压

收稿日期: 2012-05-08

基金项目: 国家杰出青年科学基金 (No. 51025932); 国家自然科学基金项目 (No. 50679057); 国家自然科学基金项目 (No. 10972158)。

第一作者简介: 蒋明镜, 男, 1965 年生, 教授, 博士生导师, 主要从事天然结构性黏土、砂土、非饱和土的宏微观试验、本构模型和数值分析以及土体渐进破坏分析方面的研究, 并从事相关的教学工作。E-mail: mingjing.jiang@tongji.edu.cn

力问题,曾庆有^[2]、周健^[3]等采用二维颗粒流程序分析了刚性挡墙上的土压力问题, Mirghasemi 等^[4]分析了静态和拟静态的挡土墙土压力问题, Zhao 等^[5]对平动模式下倾斜挡土墙问题进行了研究。

然而,土体颗粒间的抗转动作用在上述研究中未被考虑。Iwashita 等^[6-7]早已指出粒间抗转动作用对砂土的强度及剪胀性具有重要作用, Mohamed 等^[8]也阐述了颗粒材料抗转动能力对剪切带形成的重要影响。值得一提的是, Widuliński 等^[9]在分析挡土墙土压力中的剪切带模式时考虑了颗粒之间的抗转动能力,指出抗转动能够增大土体的峰值强度和残余强度,但土体颗粒抗转动能力对土压力分布的影响规律尚不明确。

目前,已有学者提出一些考虑颗粒间抗转动作用的接触力学模型,其中 Iwashita 和 Oda 提出的模型^[6-7]得到普遍接受,但该模型附加参数较多,并且只能通过试错法确定参数。Jiang 等^[10]基于离散力学建立了理论严密的颗粒接触法则,通过局部平衡理论描述颗粒转动,提出了一个新的颗粒抗转动接触模型(下文简称蒋氏模型),该模型只引入了一个附加参数,在一定程度上弥补了 Iwashita 及 Oda 理论的缺陷。颗粒抗转动模型用于分析月壤与地面两种环境下月壤的剪切带问题,研究月壤的宏观剪切力学特性以及双轴试验中剪切带的发展过程,分析对比两种环境下月壤剪切带的差异。采用此模型对月球车驱动车轮与月壤的相互作用进行了模拟分析,研究刚性车轮的运动对月壤的应力分布、应力路径、变形等的影响以及月壤颗粒位移、速度等细观问题,并分析了月面环境对月球车驱动轮运动特性的影响。此外,抗转动接触模型被用于对月壤基坑的悬臂分层开挖问题的研究中^[11-12]。

本文将蒋氏模型植入离散元程序进行挡土墙土压力分析,通过对比考虑颗粒抗转动作用与不考虑颗粒抗转动作用下的刚性挡墙在被动平移模式下的土压力分布情况,以及墙后土体微观参量的变化规律,研究颗粒抗转动作用对挡墙土压力的影响。

2 蒋氏模型简介

蒋氏模型是考虑颗粒间抗转动因素影响的新型接触法则,该模型仅用“抗转动系数”来反映颗粒间的抗转动情况,颗粒的抗转动能力通过调整该参数进行控制,解决了典型离散元中处理颗粒抗转动问题参数较多且难以确定的弊端。

如图1所示,蒋氏模型中接触单元由法向单元、切向单元及扭转单元三部分组成。如图2(a)所示,

模型中只承受压力不承受拉力,法向压力与颗粒间重叠量成正比增长关系,即

$$F_n = k_n s_n \quad (1)$$

式中: F_n 为法向接触力; k_n 为法向接触刚度; s_n 为颗粒间重叠量。

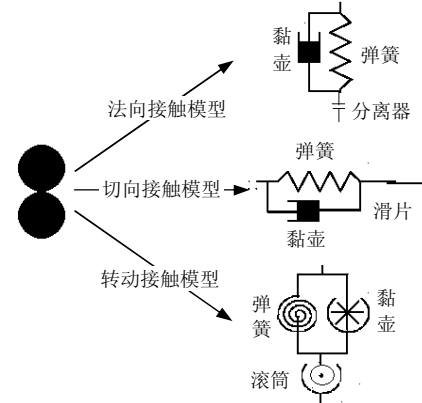


图1 颗粒接触蒋氏模型^[19]

Fig.1 Jiang's particle contact model

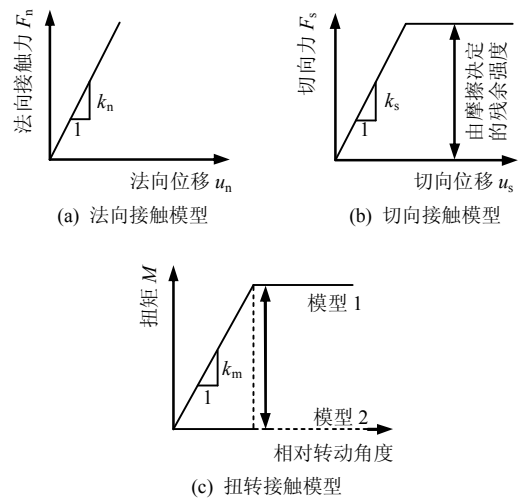


图2 蒋氏模型的力学响应示意图

Fig.2 Mechanical responses of Jiang's particle contact models

如图2(b)所示,颗粒间切向力通过增量法计算,在一定范围内,与切向位移成正比例关系,计算公式为

$$F_s = k_s s_s \quad (2)$$

式中: F_s 为颗粒间接触切向力; k_s 为切向接触刚度; s_s 为颗粒间切向相对位移。

颗粒相对滑动后颗粒间的切向接触力维持在最大切向力不再变化,最大切向力由法向力及颗粒间摩擦系数确定。

颗粒间的扭转力通过增量法计算, 与抗转系数、颗粒接触法向力、颗粒平均半径及间相对转动速度有关, 计算公式如下:

$$M = \begin{cases} k_m \theta, & \theta \leq \theta^r \\ M^p, & \theta \geq \theta^r \end{cases} \quad (3)$$

式中: M 为颗粒扭距; M^p 为峰值扭矩值, 数值上等于 k_m 与 θ^r 的乘积; θ 为颗粒间相对转角; θ^r 为临界相对转动角; k_m 为扭转刚度。 θ^r 、 k_m 计算公式分别为

$$\theta^r = \frac{2F_n}{k_n r \delta} \quad (4)$$

$$k_m = \frac{k_n r^2 \delta^2}{12} \quad (5)$$

式中: δ 为抗转动系数; r 为接触颗粒的平均半径, 即

$$r = 2r_1 r_2 / (r_1 + r_2) \quad (6)$$

式中: r_1 和 r_2 分别为两个接触颗粒的半径。

如图 2(c)所示, 当扭转达到临界相对转角后, 扭矩维持在峰值 (即模型 1) 或为 0 (即模型 2) 不再变化。本文计算中采用的是模型 1。

扭转阻尼通过法向阻尼系数计算, 不需再设参数, 计算公式如下:

$$\mu_m = \mu_n \frac{r^2 \delta^2}{12} \quad (7)$$

式中: μ_m 为扭转阻尼系数; μ_n 为法向阻尼系数。

颗粒转动控制方程为

$$\ddot{\theta}^j = \frac{1}{I^j} \left(\sum_{q=1}^p r_j F_s^{(q)} + \sum_{q=1}^p M^{(q)} \right) \quad (8)$$

式中: r_j 为 j 颗粒的半径; $F_s^{(q)}$ 、 $M^{(q)}$ 为 j 颗粒周边与其接触的 q 颗粒的切向力与扭矩值。

3 离散元模型及参数

墙后填土离散元生成时, 采用 Jiang 等^[13]提出的分层欠压成样方法。为尽量生成均匀试样, 成样过程分为 8 层进行, 初始摩擦系数为 0.2, 以形成密实样, 颗粒与墙体摩擦系数为 0, 分层成样时下层的孔隙比比新成土层的孔隙比稍大, 以避免成样后下密上松现象出现, 使整个所成试样孔隙比相对均匀。试样的参数取值情况见表 1, 其中颗粒抗转动系数考虑了两种取值情况, 分别为 0 (即不考虑抗转动)和 0.4, 级配见图 3, 初始成样后孔隙比为 0.20, 初成样后在 9.8 m/s^2 ($1g$) 的重力加速度下固结平衡, 所成尺寸见图 4, 挡土墙高度为 1.0 m, 主墙体分为 10 段墙体单元, 每段墙单元高为 0.1 m, 其中为避免颗粒散落, 墙顶加设一墙单元, 高为 0.1 m, 底部高为 0.48 m, 在挡土墙位移过程中始终不动, 用以模拟墙后填土底部垫层。图 5 为填土自重下固结平衡后的颗粒接触力链, 其中线条粗细代表接触力的大小, 内部颗粒接触力随深度的增加而增大, 底部接触力最大。挡墙移动过程中平动速度为 $6.5 \times 10^{-4} \text{ m/s}$ 。

在进行土压力分析之前, 首先采用表 1 所列的颗粒微观参数对填土材料进行了双轴试验的离散元模拟, 柔性边界, 围压为 100 kPa, 抗转动系数分别取 0 和 0.4。

表 1 离散元模拟挡土墙时参数取值

Table1 Parameters of DEM simulation sample of retaining wall

数目	颗粒					墙体			加速度 /(m/s^2)
	密度 /(g/cm^3)	法向接触刚度 /(N/m)	切向接触刚度 /(N/m)	间摩擦系数	抗转动系数	法向刚度 /(N/m)	切向刚度 /(N/m)	摩擦系数	
80 005	2.6	7.5×10^7	5.0×10^7	0.5	0, 0.4	1.5×10^8	1.0×10^8	0	9.8

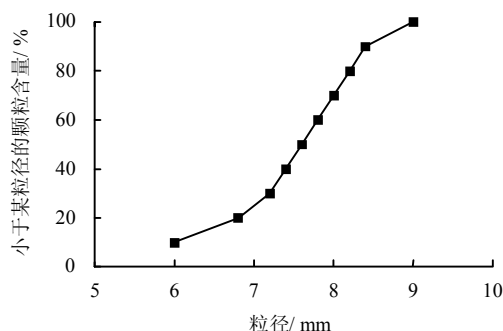


图 3 颗粒级配图

Fig.3 Gragation of grain size

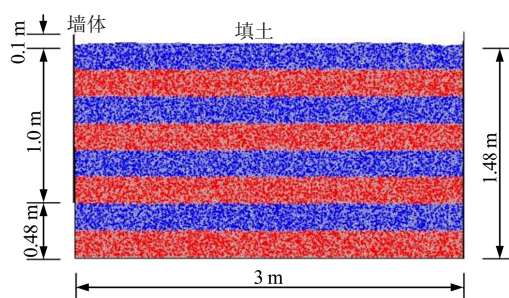


图 4 墙后填土试样尺寸

Fig.4 Filling soil sample size back the wall

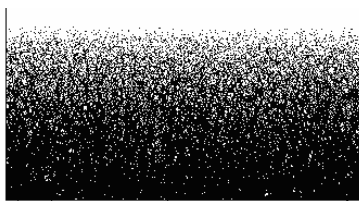


图5 接触力链

Fig.5 Contact force chains

图6给出了不同抗转系数情况下双轴压缩过程中的应力-应变关系曲线, 试样压缩过程中, 应力-应变均表现为软化现象, 试样剪应力随试样轴向应变的增加, 先增加至峰值后减小至一稳定值附近波动, 但有抗转试样的峰值强度明显高于无抗转试样, 残余强度值略高于无抗转试样。体变规律基本一致, 均先体缩后体胀, 但有抗转试样的最大体缩值及体胀值均大于无抗转动试样的相应值。

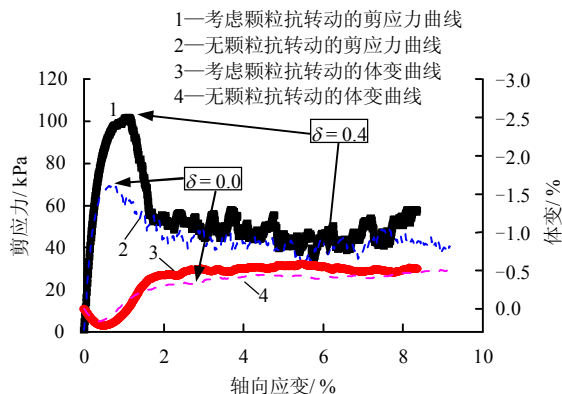


图6 剪应力-轴向应变和体变-轴向应变关系

Fig.6 Relationships of shear stress and volumetric strain with changing axial strain

4 填土内部测量圆布置

为研究墙后填土在挡土墙不同位移时的状态, 于试样内部布置450个测量圆, 测量圆半径为50 mm, 每个测量圆内颗粒数目约为230, 用以代表该测量圆圆心位置处的状态。垫层内测量圆位置在模拟过程中保持不变, 与挡土墙接触测量圆与挡土墙同速向填土方向移动, 填土顶层测量圆始终保持在填土面下。为进一步研究填土内颗粒位移的影响, 特标出12个测量圆。图7为挡土墙位移量为41 mm时测圆位置图。

5 结果分析

5.1 墙后土压力分布

图8给出了平移过程中有、无颗粒抗转动作用时, 总土压力及合力作用点位置随挡土墙位移量变化情况。由图中可以看出, 挡土墙在被动平移模式

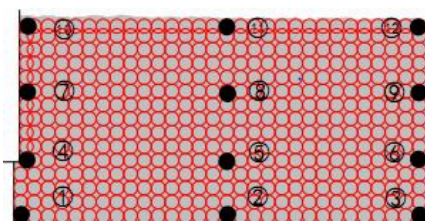


图7 测圆位置图

Fig.7 Layout of measurement circles

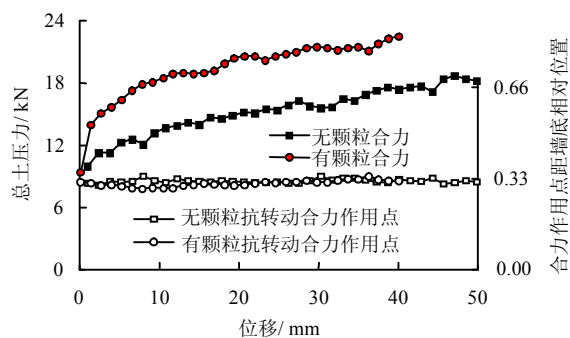


图8 总土压力及作用点变化图

Fig.8 Total earth pressure against the retaining wall and the point of the resultant with changing displacement

下无论是否考虑颗粒抗转动作用, 挡土墙上总土压力均随位移的增加而增大, 增大到一定值后趋于稳定; 合力作用点位置均维持在 $1/3H$ 的墙高(H 为墙高)位置。平移模式下被动土压力合力与位移量有很大的关系, 随着位移增加而增大, 考虑颗粒抗转动作用时土压力合力增大幅度更明显, 但最终都趋于稳定值。二者合力作用点基本维持在 $1/3$ 墙高位置。

图9为挡土墙被动平移模式下, 有、无颗粒抗转动作用下土压力沿墙高分布情况的对比图, 图中深度指距墙顶的距离, 负号表示方向向下, S 为挡土墙位移量。由图9可以看出, 无论有无颗粒抗转动作用, 挡土墙平移模式下被动土压力分布基本呈线性分布, 且位移量越大, 土压力分布曲线越远离 y 轴, 即同深度时土压力随位移量的增大而增大。挡

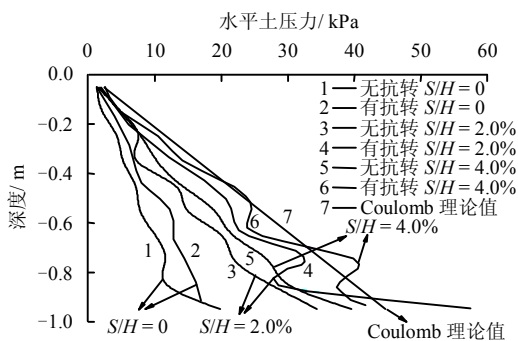


图9 挡土墙土压力分布图

Fig.9 Distribution of earth pressure along the depth of wall

土墙位移为 0 时静止土压力最小。同一位移量同一深度处, 考虑颗粒抗转动作用时土压力更大。有抗转动 $S/H = 4.0\%$ 的结果与 Coulomb 理论值模拟较好。

5.2 颗粒位移分析

图 10~12 左侧和下侧均表示墙后填土试样尺寸, 右侧给出被动平移模式下, 有、无颗粒抗转动作用时土体内部颗粒位移情况。由两种算例填土内颗粒位移可看出, 挡土墙位移量相同时, 填土内颗粒同位移等值线对应的填土面宽度不同。当挡墙位移量较大时, 无颗粒抗转动的试样内部位移区域对应的填土面宽度较有颗粒抗转动的试样小; 当挡墙位移量较小时, 两者位移区域对应的填土面宽度差别不大。与 Coulomb 理论结果中土体内摩擦角度越小, 填土滑裂面越小的规律相吻合。两试样位移较小且相同时, 两者的位移区域与填土面顶的宽度基本相同。由两图对比可看出, 挡墙位移过程中滑裂面并非填土内 0 位移等值线的位置, 滑裂面的位置可近似认为是挡墙 1/2 位移量的位移等值线处。

5.3 平均纯转动率变化分析

蒋明镜等^[14-17]提出参数平均纯转动率 APR (average pure rotation rate) 认为, 砂土颗粒间的能量消散与此有关, 可作为研究剪切带问题的参量之一。测量圆内颗粒的平均纯转动率 APR 按下式计算:

$$\omega = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left[\frac{1}{r^k} (\dot{\theta}_1^k r_1^k + \dot{\theta}_2^k r_2^k) \right] \quad (9)$$

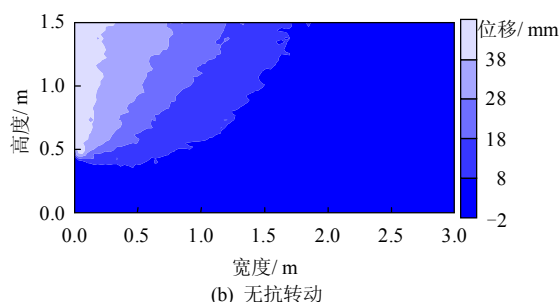
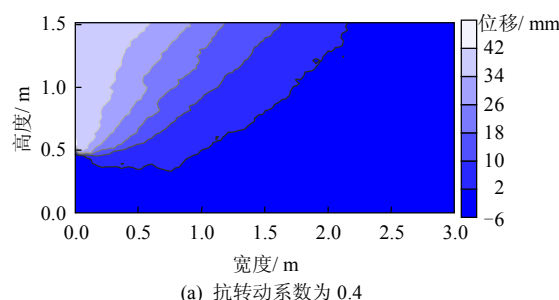


图 10 $S_{\max}/H = 4.1\%$ 时水平向位移图

Fig.10 Horizontal displacement at $S_{\max}/H = 4.1\%$

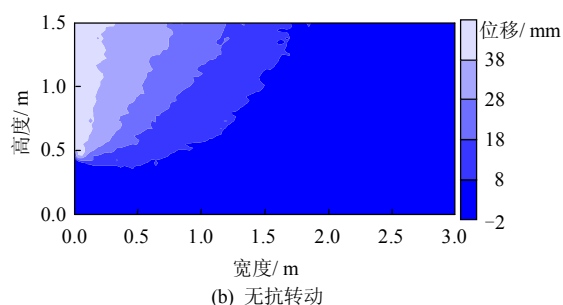
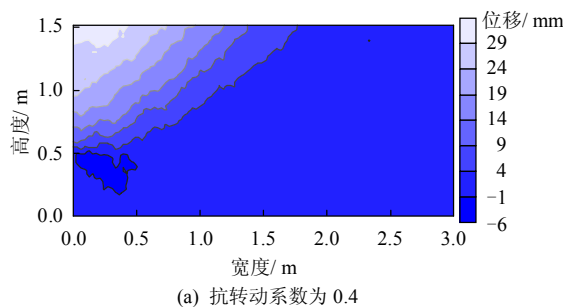


图 11 $S_{\max}/H = 4.1\%$ 时竖向位移图

Fig.11 Vertical displacement at $S_{\max}/H = 4.1\%$

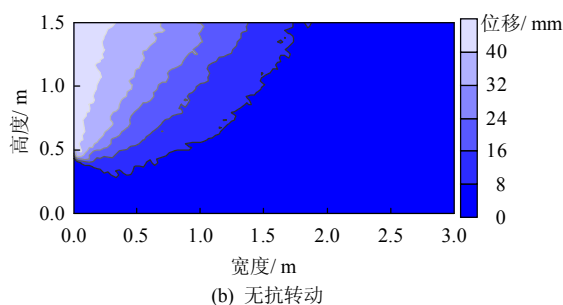
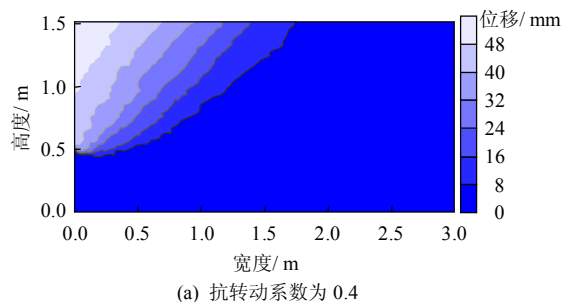


图 12 $S_{\max}/H = 4.1\%$ 时总位移图

Fig.12 Total displacement at $S_{\max}/H = 4.1\%$

式中: ω 为颗粒平均纯转动率数值; N 为颗粒总数; r^k 、 r_1^k 、 r_2^k 为 k 接触点处两颗粒的平均半径及各自的颗粒半径; $\dot{\theta}_1^k$ 、 $\dot{\theta}_2^k$ 为 k 接触点处两颗粒的相对转动速度。

图 13 给出了挡土墙位移为 4.1% 时, 有、无颗粒抗转动作用时填土内部平均纯转动率 APR 变化情况。由图可以看出, 两种试样土体内均形成明显的滑裂面, 滑裂面处 APR 值符号相反且无抗转动作用时 APR 数值较大。具体数量上的差异见图 14。

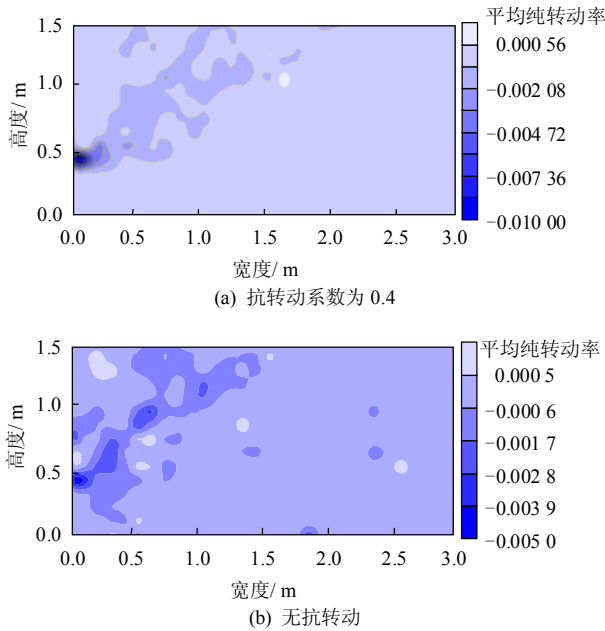


图 13 $S_{\max}/H=4.1\%$ 时 APR 图
Fig.13 APR of $S_{\max}/H=4.1\%$

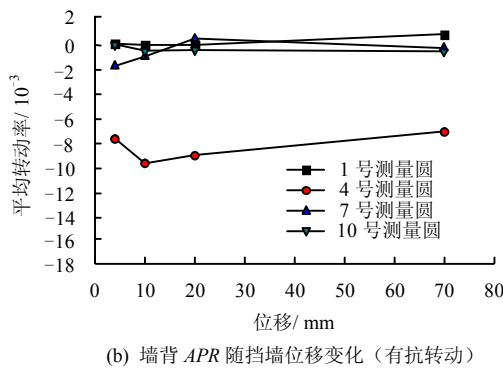
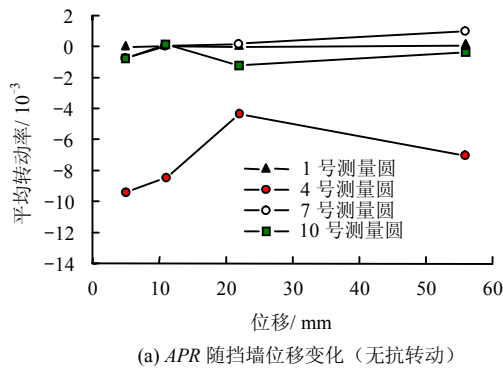


图 14 APR 随挡土墙位移变化

Fig.14 Values of different measurement circles' APR with changing displacement

图 14(a)给出了填土无抗转动作用时, 图 9 中 1、4、7、10 号测量圆内平均纯转动率随挡墙位移而变化的情况。由图可以看出, 4 号测量圆在挡墙位移过程中 APR 明显大于其余测量圆内 APR, 表明此处颗粒纯转动速率较大, 易形成剪切带; 1、7、10 号测量圆内 APR 基本维持在 0 附近。而 4 号测量圆内 APR 为负值, 表明此处颗粒是顺时针转动。

图 14(b)给出了填土有抗转动作用时, 挡土墙位移过程中, 墙背不同位置 (图 9) 1、4、7、10 号测量圆内平均纯转动率 APR 的变化情况。由图可以看出, 4 号测量圆内 APR 明显大于其余位置 APR。

考虑颗粒抗转动作用时 APR 随挡墙位移变化的规律与不考虑颗粒抗转动作用时的规律相反。

5.4 大、小主应力偏转分析

图 15 给出了挡土墙位移 4.1% 时, 有、无颗粒抗转动作用时填土内部大、小主应力偏转对比情况。由图可以看出, 两种试样土体内大、小主应力偏转规律基本相同, 墙后大主应力向水平向偏转, 垫层内部存在一定的应力偏转区域, 其余位置应力基本不偏转。考虑颗粒抗转动时影响区域较大, 具体量值上的变化情况见图 16。

图 16(a)给出了填土内近墙背位置测量圆 (如图 9 中 1、4、7、10 号测量圆) 内大主应力与水平正向夹角随挡墙位移变化情况。由图可看出, 1、4、7 号测量圆内大主应力先逆时针后顺时针偏转, 角度均大于 90° , 10 号测量圆变化较复杂, 角度变化范围也较大。与图 16(b)相比较, 1 号测量圆大主应力变化规律及数值基本一致, 4、7、10 号测量圆内大主应力变化规律及数值均存在一定的差异, 无抗转动时, 4 号位置测量圆内大主应力与水平正向夹角明显大于有抗转动时相应值, 表明有颗粒抗转动作用时填土内颗粒的转动量较小。

5.5 填土内部速度场分布

图 17 给出了挡土墙位移为 4.1% 时, 考虑颗粒抗转动与不考虑颗粒抗转动时填土内的瞬时速度。由图可看出, 速度场存在明显的区域性, 近挡土墙位置土体颗粒速度较大, 填土形成的滑裂面是非线性的。

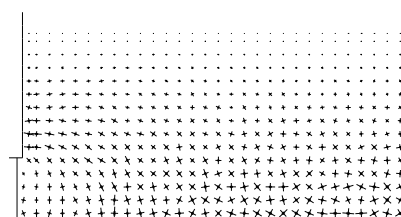
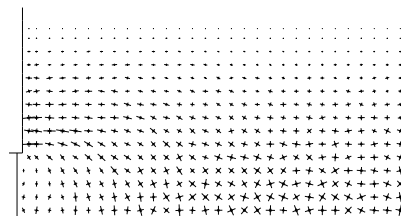


图 15 $S_{\max}/H=4.1\%$ 时大小主应力偏转图

Fig.15 Principal stress deflection of $S_{\max}/H=4.1\%$

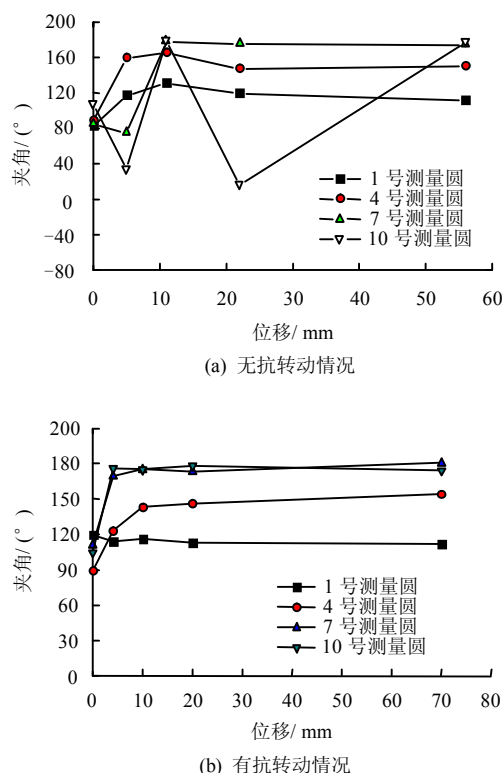


图 16 墙背位置大主应力与水平正向夹角随挡墙位移变化
Fig.16 Angle between major principal stress and positive horizontal with changing displacement of retaining wall

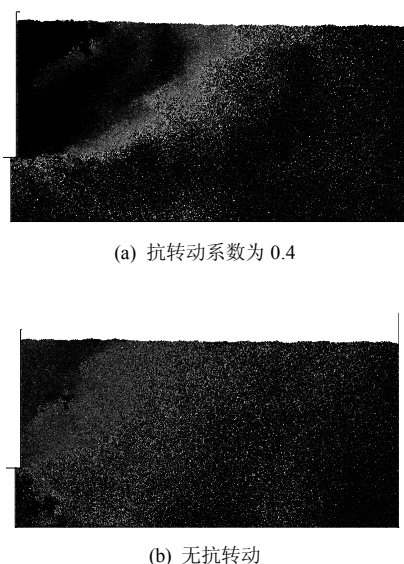


图 17 $S_{\max}/H=4.1\%$ 时速度图
Fig.17 Velocity field of $S_{\max}/H=4.1\%$

6 结 论

本文通过模拟砂性填土挡土墙被动平移模式下不考虑颗粒抗转动作用时与考虑颗粒抗转动作用时挡土墙土压力的差异, 得出以下结论:

(1) 总土压力随位移变化趋势一致, 随着位移量的增大而总土压力增大, 增大到一定值后趋于稳定; 合力作用点基本位于 $1/3H$ 的位置上。但考虑

颗粒抗转动作用时总土压力随位移量的增大而增大的幅度明显大于不考虑时的情况, 即考虑颗粒抗转动作用时总土压力值大于不考虑颗粒抗转动时总土压力值, 且考虑抗转动作用时与 Coulomb 理论值模拟较好。

(2) 无论有、无抗转动作用, 被动平移模式下挡土墙土压力沿墙高分布基本为线性分布, 且随着位移量的增加, 水平土压力呈增大的趋势, 但考虑颗粒抗转动作用时, 水平土压力随位移量增大而增大的趋势更加明显。

(3) 挡土墙位移量相同时, 填土内颗粒同位移等值线对应的填土面宽不同。有抗转动试样内部大位移区域较无抗转动试样大, 但两者小位移量区域时填土面宽度差别较小。

(4) 通过测量圆的测量数据可知, 颗粒抗转动作用对平均转动率 APR 的影响较大。

(5) 填土位置大主应力与水平正向夹角随挡墙位移变化情况中无抗转动时大于有抗转动情况。

参 考 文 献

- [1] CHANG C S, CHAO S J. Discrete element analysis for active and passive pressure distribution on retaining wall[J]. *Computers and Geotechnics*, 1994, 16(4): 291—310.
- [2] 曾庆有, 周健. 不同墙体位移方式下被动土压力的颗粒流模拟[J]. *岩土力学*, 2005, (增刊 1): 43—47.
ZENG Qing-you, ZHOU Jian. Analysis of passive earth pressure due to various wall movement by particle flow code(2D)[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2005, (Supp.1): 43—47.
- [3] 周健, 彭述权, 樊玲. 刚性挡土墙主动土压力颗粒流模拟[J]. *岩土力学*, 2008, 29(3): 629—632.
ZHOU Jian, PENG Shu-quan, FAN Ling. Particle flow simulation of active earth pressure distribution on rigid retaining wall[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2008, 29(3): 629—632.
- [4] MIRGHASEMI A A, MALEKI JAVAN M. R. Discrete element method analysis of retaining wall earth pressure in static and pseudo-static conditions[J]. *Iranian Journal of Science & Technology*, 2006, 30(B1): 145—150.
- [5] ZHAO T, JIANG M J. DEM analysis of an inclining rigid retaining wall subjected to translation movement mode[C]//*Geomechanics and Geotechnics From Micro to Macro*. London: Taylor & Francis Group, 2010, 2: 543—549.

- [6] IWASHITA K, ODA M. Rolling resistance at contacts in simulation of shear band development by DEM[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 1998, 124(3): 285—292.
- [7] IWASHITA K, ODA M. Micro-deformation mechanism of shear banding process based on modified distinct element[J]. **Powder Technology**, 2000, 109(1—3): 192—205.
- [8] MOHAMED A, GUTIERREZ M. Comprehensive study of the effects of rolling resistance on the stress-strain and strain localization behavior of granular materials[J]. **Granular Matter**, 2010, 12(5): 527—541.
- [9] WIDULIŃSKI Ł, TEJCHMAN J, KOZICKI J, et al. Discrete simulations of shear zone patterning in sand in earth pressure problems of a retaining wall[J]. **International Journal of Solids and Structures**, 2011, 48(7—8): 1191—1209.
- [10] JIANG M J, YU H S, HARRIS D. A novel discrete model granular material incorporating rolling resistance[J]. **Computers and Geotechnics**, 2005, 32(5): 340—357.
- [11] 郑敏. 月壤剪切力学特性及其边值问题离散元数值分析[D]. 上海: 同济大学, 2011.
- [12] 郑敏, 蒋明镜, 申志福. 简化接触模型的月壤离散元数值分析[J]. 岩土力学, 2011, 31(增刊): 766—771.
- ZHENG Min, JIANG Ming-jing, SHEN Zhi-fu, et al. Numerical investigation on macromechanical behaviors of granular materials incorporating rolling resistance[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2011, 31(Supp.): 66—771.
- [13] JIANG M J, KONRAD J M, LEROUEIL S. An efficient technique for generating homogeneous specimens for DEM studies[J]. **Computers and Geotechnics**, 2003, 30(7): 579—597.
- [14] JIANG M J, HARRIS D, YU H S. Kinematic models for non-coaxial granular materials. Part I: theory[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2005, 29(7): 643—661.
- [15] JIANG M J, HARRIS D, YU H S. Kinematic models for non-coaxial granular materials. Part II: evaluation[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2005, 29(7): 663—689.
- [16] JIANG M J, YU H S, HARRIS D. Kinematic variables bridging discrete and continuum granular mechanics[J]. **Mechanics Research Communications**, 2006, 33(5): 651—666.
- [17] 蒋明镜, 李秀梅, 胡海军. 含抗转动能力散粒体的宏微观力学特性数值分析[J]. 计算力学学报, 2011, 28(4): 622—628.
- JIANG Ming-jing, LI Xiu-mei, HU Hai-jun. Numerical investigation on macromechanical behaviors of granular materials incorporating rolling resistance[J]. **Chinese Journal of Computational Mechanics**, 2011, 28(4): 622—628.

上接第 2787 页

参考文献

- [1] 王洪新. 基坑宽度对围护结构稳定性的影响[J]. 土木工程学报, 2011, 44(6): 120—126.
- WANG Hong-xin. Influence of excavation width on enclosure-construction stability of foundation pit[J]. **China Civil Engineering Journal**, 2011, 44(6): 120—126.
- [2] 张雷, 刘振宏, 钱元运, 等. 深基坑宽度对周围建筑影响的有限元分析[J]. 地下空间与工程学报, 2009, 5(增刊): 1312—1344.
- ZHANG Lei, LIU Zhen-hong, QIAN Yuan-yun, et al. Finite element analysis on the effect of different width of deep foundation on buildings around[J]. **Chinese Journal of Underground Space and Engineering**, 2009, 5(Supp.): 1312—1344.
- [3] 曾庆义, 杨晓阳. 基坑抗隆起稳定问题的应力强度计算方法[J]. 岩土工程学报, 1996, 18(2): 17—22.
- ZENG Qing-yi, YANG Xiao-yang. The calculation model for stability of excavation against upheaval[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1996, 18(2): 17—22.
- [4] 胡玉银. 对“基坑抗隆起稳定问题的应力强度计算方法”的讨论[J]. 岩土工程学报, 1996, 18(6): 119.
- [5] 应宏伟, 聂文峰, 郭雷, 等. 考虑基坑卸载影响的改进弹性抗力法及其应用[J]. 岩土力学, 2011, 32(Supp.1): 129—133, 320.
- YING Hong-wei, NIE Wen-feng, GUO Lei, et al. A modified beam-spring model method and its application considering unloading effect during excavation[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2011, 32(Supp.1): 129—133, 320.
- [6] 张建新. 迭代的增量法分析深基坑中地下连续墙的受力和变形[D]. 上海: 同济大学, 2006.
- [7] 沈珠江. 理论土力学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2000: 88—89.